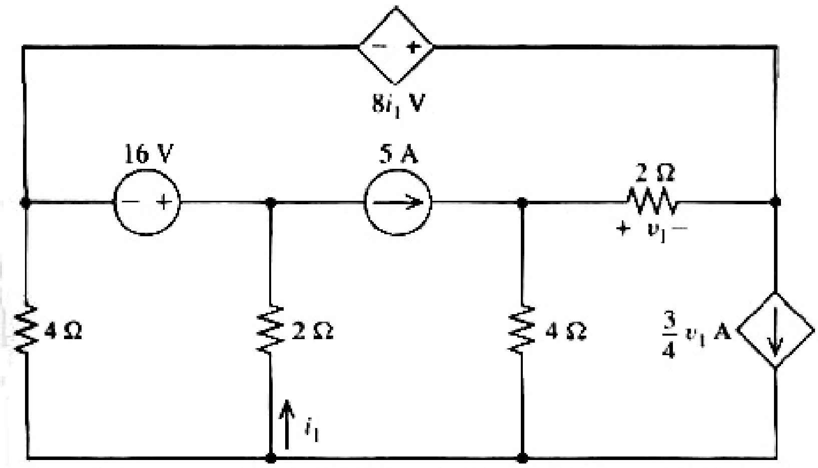
EC-1251

Abril-julio 2008

Parcial II

1. Hallar $\boldsymbol{v_1}$ utilizando el método de superposición en el circuito de la siguiente figura. **(8 puntos)**



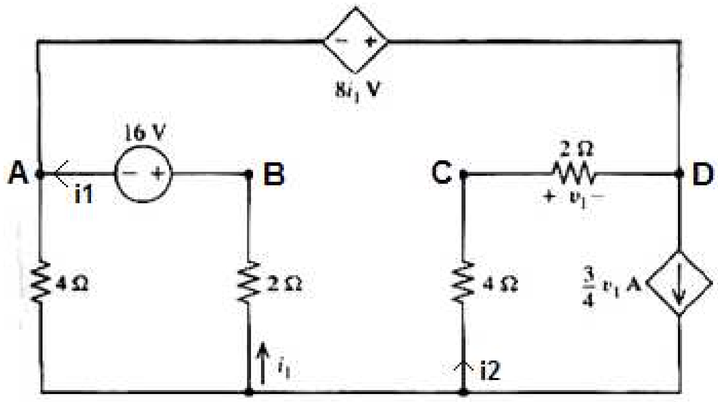
Recordemos que el método de superposición consiste en "apagar" todas las fuentes independientes del circuito a excepción de una, y determinar la incógnita en función de esta única fuente encendida. La idea es resolver el circuito en función de una sola fuente independiente encendida a la vez para posteriormente sumar las contribuciones de cada fuente y así obtener la solución.

En este circuito se tienen dos fuentes independientes: una fuente de voltaje de 16V y una de corriente de 5A. Debemos hallar V1 en función de la fuente de 16V y V1 en función de la fuente de 5A, la suma de estos dos resultados será el V1 que corresponde a la totalidad del circuito.

Es importante mantener las fuentes dependientes en el circuito así como sus valores referenciales, en este caso i1 y V1.

Recordemos que "apagar" una fuente de voltaje implica un cortocircuito y apagar una fuente de corriente implica un abierto.

Eliminando la fuente de 5A se tiene que el circuito a resolver es el siguiente:



$$V_B - V_A = 16[V] \quad (1)$$

$$V_B = -2i_1 \quad (2)$$

Sustituyendo la ecuación (2) en (1) se tiene que:

$$V_A = -2i_1 - 16 \quad (3)$$

Por LKC en el supernodo conformado por A, D y la fuente dependiente $8i_1$ se tiene que:

$$i_1 + i_2 = \frac{V_A}{4} + \frac{3}{4}V_1 \quad (4)$$

Pero:

$$i_2 = -\frac{V_D}{6} \quad (5)$$

$$i_2 = \frac{V_1}{2} \quad (6)$$

Igualando (5) y (6) se obtiene que:

$$-\frac{V_D}{6} = \frac{V_1}{2} \Rightarrow V_D = -3V_1 \quad (7)$$

Sustituyendo en la ecuación (4) los valores dados por (3) y (6) se tiene que:

$$i_1 + \frac{V_1}{2} = \frac{-2i_1 - 16}{4} + \frac{3}{4}V_1$$

$$\Rightarrow 4i_1 + 2V_1 = -2i_1 - 16 + 3V_1$$

$$\Rightarrow 6i_1 = V_1 - 16 \Rightarrow V_1 = 6i_1 + 16 \qquad (8)$$

Para el supernodo:

$$V_D - V_A = 8i_1 \qquad (9)$$

Sustituyendo las expresiones dadas para V_D y para V_A a través de las ecuaciones (7) y (3), respectivamente, en la ecuación (9) se obtiene que:

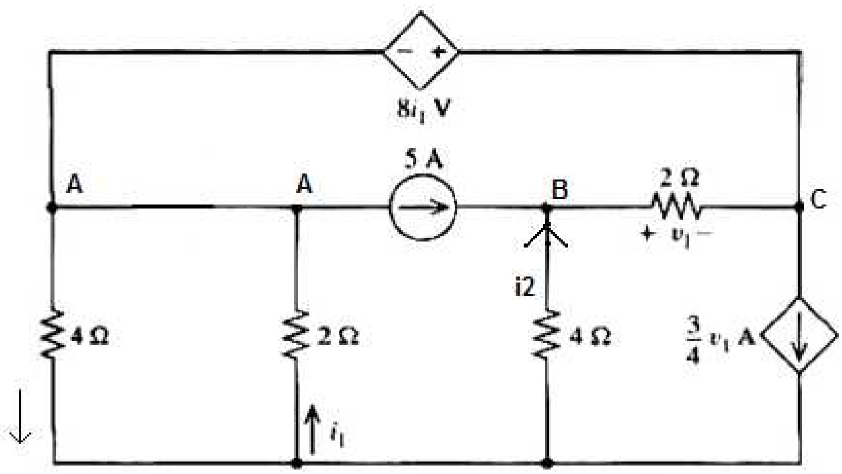
$$8i_1 = -3V_1 + 2i_1 + 16 \Rightarrow 6i_1 = -3V_1 + 16$$

$$\Rightarrow i_1 = \frac{-3V_1 + 16}{6} \qquad (10)$$

Sustituyendo la ecuación (10) en (8) finalmente se obtiene el valor de V1:

$$\begin{aligned} &V_1 = -3V_1 + 16 + 16 \Rightarrow 4V_1 = 32 \\ &\Rightarrow V_1 = 8[V] \end{aligned} \qquad (11)$$

Ahora eliminando la fuente de 16V se obtiene el siguiente circuito



Para el supernodo conformado por A, C y la fuente dependiente $8i_1$ se tiene que:

$$V_C - V_A = 8i_1 \tag{12}$$

Además

$$V_A = -2i_1 \tag{13}$$

$$V_B - V_C = V_1 \Rightarrow V_C = V_B - V_1 \tag{14}$$

Por LKC en el nodo B obtenemos:

$$5 + \frac{V_B}{4} = \frac{V_1}{2} \Rightarrow 20 + V_B = 2V_1$$

$$\Rightarrow V_B = 2V_1 - 20 \tag{15}$$

Sustituyendo la ecuación (15) en (14) se tiene que:

$$V_C = 2V_1 - V_1 - 20 = V_1 - 20 \tag{16}$$

Sustituyendo la ecuación (16) y (13) en la ecuación (12) obtenemos:

$$V_1 - 20 + 2i_1 = 8i_1 \Rightarrow V_1 - 20 - 6i_1 = 0$$

$$\Rightarrow i_1 = \frac{V_1 - 20}{6} \tag{17}$$

Sustituyendo (17) en la ecuación (13) obtenemos la expresión para V_A

$$V_A = -2 \cdot \frac{(V_1 - 20)}{6} = -\frac{(V_1 - 20)}{3} \tag{18}$$

Por LKC en el supernodo se tiene que:

$$i_1 + \frac{V_1}{2} = \frac{V_A}{4} + \frac{3V_1}{4} \Rightarrow 4i_1 + 2V_1 = V_A + 3V_1$$

$$V_A + V_1 - 4i_1 = 0 \tag{19}$$

Sustituyendo las ecuaciones (17) y (18) en (19) se obtiene que:

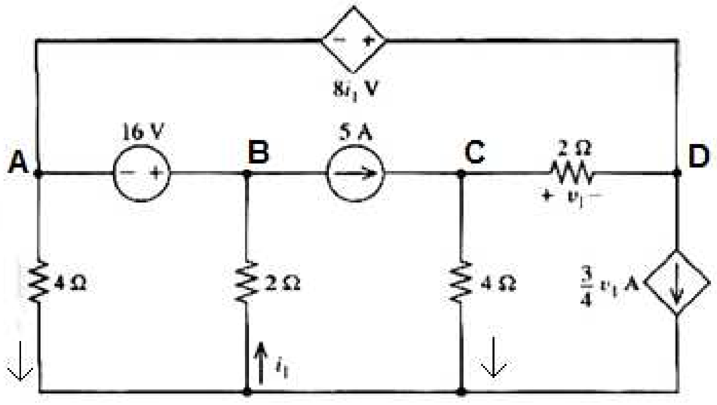
$$-\frac{(V_1-20)}{3}+V_1-4\cdot\frac{(V_1-20)}{6}=0$$
$$\Rightarrow -\frac{(V_1-20)}{3}+V_1-2\cdot\frac{(V_1-20)}{3}=0$$
$$\Rightarrow -V_1+20+3V_1-2V_1+40=0$$
$$\Rightarrow -60+6V_1=0$$

$$V_1=10[V] \tag{20}$$

Finalmente sumando los valores dados por (20) y (11) se obtiene que:

$$V_{1total}=10+8=18[V] \tag{21}$$

2. Plantee las ecuaciones de nodos que permitan hallar los voltajes de nodo Va, Vb, Vc y Vd (No resuelva el sistema) **(8 puntos)**



$$V_B-V_A=16V\Rightarrow V_B=16+V_A \tag{1}$$

$$V_D-V_A=8i_1\Rightarrow V_D=8i_1+V_A \tag{2}$$

$$V_C-V_D=V_1 \tag{3}$$

$$V_B = -2i_1 \tag{4}$$

Por LKC en el supernodo conformado por A, D y la fuente dependiente $8i_1$ se tiene que:

$$\frac{V_1}{2} = \frac{V_A}{4} + \frac{3V_1}{4}$$
$$\Rightarrow 2V_1 = V_A + 3V_1$$

$$\Rightarrow V_A = -V_1 \tag{5}$$

Sustituyendo (5) en (2) se tiene que:

$$V_D = 8i_1 - V_1 \tag{6}$$

Por LKC en el nodo C se tiene que:

$$5 = \frac{V_C}{4} + \frac{V_1}{2} \Rightarrow 20 = V_C + 2V_1$$

$$\Rightarrow V_C = 20 - 2V_1 \tag{7}$$

Sustituyendo las ecuaciones (7) y (6) en la ecuación (3) se obtiene:

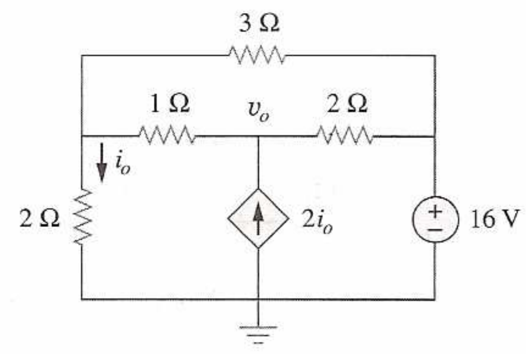
$$20 - 2V_1 - 8i_1 + V_1 = V_1 \Rightarrow 10 - V_1 - 4i_1 = 0$$

$$\Rightarrow i_1 = \frac{10 - V_1}{4} \tag{8}$$

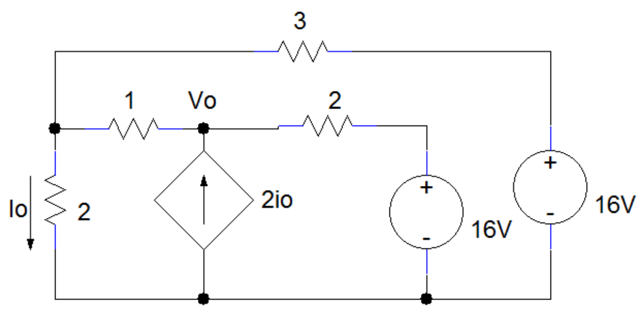
Así obtenemos los voltajes del circuito en función de V1:

$$\begin{cases} V_A = -V_1 \\ V_B = -16 - V_1 \\ V_C = 20 - 2V_1 \\ V_D = 20 - 2V_1 - V_1 = 20 - 3V_1 \end{cases}$$

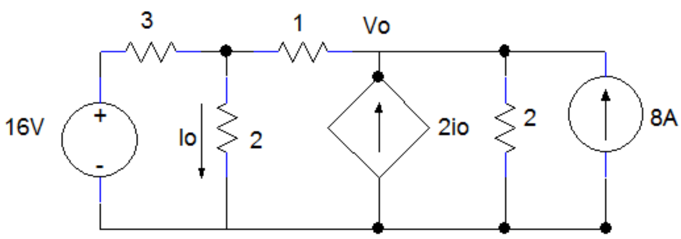
3.- Halle **Vo** usando **solamente** simplificaciones del circuito de la siguiente figura **(7 puntos)**



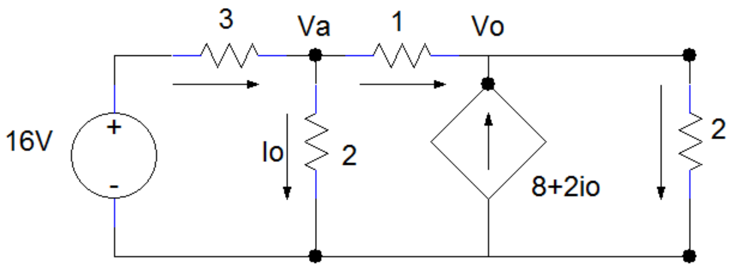
Aplicando Blakesley a la fuente de voltaje:



Transformando a fuente de corriente y redibujando el circuito:



Sumando las fuentes de corriente se obtiene el siguiente circuito:



$$V_A = 2i_O \tag{1}$$

Por LKC en el nodo A

$$\frac{16 - V_A}{3} = i_O + \frac{V_A - V_O}{1}$$
$$\Rightarrow 16 - V_A = 3i_O + 3V_A - 3V_O$$

$$3i_O + 4V_A - 3V_O - 16 = 0 \tag{2}$$

Por LKC en el nodo O se tiene que:

$$\frac{V_A - V_O}{1} + 8 + 2i_O = \frac{V_O}{2}$$
$$\Rightarrow 2V_A - 2V_O + 16 + 4i_O - V_O = 0$$

$$\Rightarrow 2V_A - 3V_O + 16 + 4i_O = 0 \tag{3}$$

Sustituyendo la ecuación (1) en las ecuaciones (2) y (3) respectivamente, se obtiene que:

$$3i_O + 8i_O - 3V_O - 16 = 0$$

$$\Rightarrow 11i_O - 3V_O - 16 = 0 \tag{4}$$

$$4i_O - 3V_O + 4i_O + 16 = 0$$

$$\Rightarrow 8i_O - 3V_O + 16 = 0 \qquad (5)$$

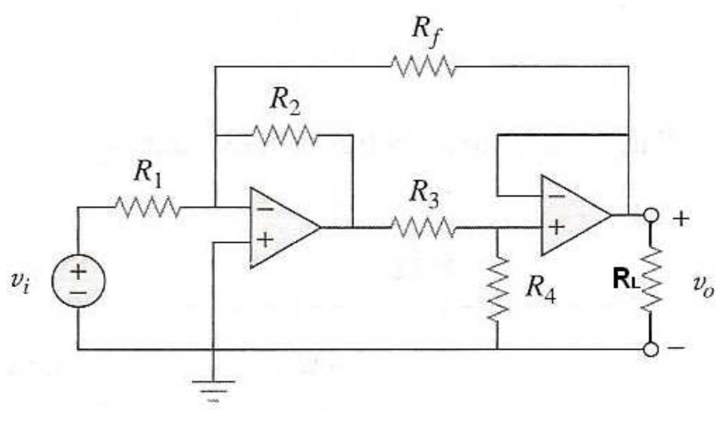
Restando las ecuaciones (4) y (5) se obtiene:

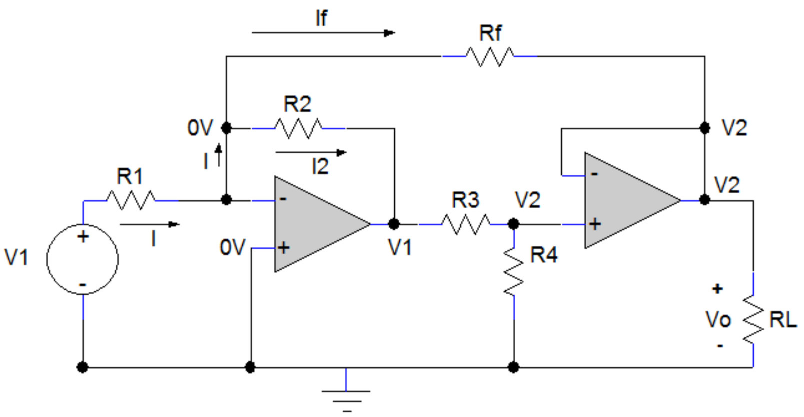
$$\begin{array}{l} 11i_O - 3V_O - 16 = 0 \\ \underline{-8i_O + 3V_O - 16 = 0} \\ 3i_O + 0 - 32 = 0 \\ \Rightarrow i_O = \dfrac{32}{3} = 10.666[A] \end{array}$$

Sustituyendo en valor de io en la ecuación (5) finalmente se determina el valor de Vo:

$$V_O = \frac{8i_O + 16}{3} = 33.776[V]$$

4.- Obtenga la ganancia en tensión de lazo cerrado **Vo/Vi** del circuito de la siguiente figura y la corriente a través de **R_L (I_{RL})** si R_1=R_2=R_f= R_3= R_4 y R_L = 2 KΩ. **(7 puntos)**





$$i = \frac{V_i}{R_1} = \frac{V_i}{R} \tag{1}$$

$$i_2 = -\frac{V_1}{R_2} = -\frac{V_1}{R} \tag{2}$$

$$i_F = -\frac{V_2}{R_F} = -\frac{V_2}{R} \tag{3}$$

Por divisor de voltaje:

$$V_2 = \frac{V_1 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{V_1 R}{2R} = \frac{V_1}{2} \tag{4}$$

Por LKC en el nodo 0 se tiene que:

$$i = i_F + i_2 \tag{5}$$

Sustituyendo las ecuaciones (1), (2) y (3) en la ecuación (5) se tiene que:

$$\frac{V_i}{R} = -\frac{V_2}{R} - \frac{V_1}{R}$$

$$\Rightarrow V_2 = -V_1 - V_i \tag{6}$$

Sustituyendo la ecuación (4) en (6) se obtiene una expresión para V1:

$$-V_1 - V_i = \frac{V_1}{2} \Rightarrow -2V_1 - 2V_i - V_1 = 0 \Rightarrow V_1 = -\frac{2V_i}{3} \tag{7}$$

Sustituyendo la ecuación (7) en (6) se obtiene que:

$$V_2 = \frac{2}{3}V_i - V_i = -\frac{V_i}{3} \tag{8}$$

Pero:

$$V_2 = V_O \tag{9}$$

Sustituyendo la ecuación (9) en (8) se obtiene finalmente:

$$\frac{V_O}{V_i} = -\frac{1}{3}$$

$$i_{R_L} = \frac{V_O}{R_L} = -\frac{V_i}{3R_L} = -\frac{V_i}{6}[mA]$$